
Estratto

Estratto da un prodotto in vendita su **ShopWKI**, il negozio online di Wolters Kluwer Italia

Vai alla scheda →

Wolters Kluwer opera nel mercato dell'editoria professionale, del software, della formazione e dei servizi con i marchi: IPSOA, CEDAM, Altalex, UTET Giuridica, il fisco.



CAPITOLO 1

TEORIA DELLE PREFERENZE, MASSIMIZZAZIONE VINCOLATA E SCELTE OTTIME DEL CONSUMATORE

1.1 La funzione di utilità di un consumatore è data da:

$$U = x_1^\alpha \cdot x_2^\beta.$$

Supponete che il consumatore abbia a disposizione un reddito pari a R euro e che i prezzi dei due beni siano rispettivamente pari a P_1 e P_2 .

a. Ricavate le generiche funzioni di domanda per i due beni.

Ponete ora $\alpha = 0,4$ e $\beta = 0,6$.

Ipotizzate inoltre che $R = 100$; $P_1 = 5$; $P_2 = 2$.

b. Quale sarà il paniere ottimo?

Supponete che il prezzo del bene 1 scenda a 2,5 euro ($P'_1 = 2,5$).

c. Individuate in questo caso il nuovo il paniere ottimo e scomponete la variazione della domanda del bene 1 fra l'effetto di sostituzione e l'effetto di reddito.

d. Rappresentate graficamente i risultati.

Svolgimento

Si tratta di un problema di massimizzazione dell'utilità, dato il vincolo di bilancio, esprimibile come segue:

$$\underset{\{x_1; x_2\}}{\text{Max}} U(x_1; x_2)$$

$$\text{sub } R = P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2$$

in base alle note caratteristiche della funzione di utilità, il problema del consumatore si risolve massimizzando la seguente funzione Lagrangiana:

$$\underset{\{x_1; x_2; \lambda\}}{\text{Max}} L = U(x_1; x_2) + \lambda \cdot (R - P_1 \cdot x_1 - P_2 \cdot x_2)$$

alla quale corrispondono le tre condizioni di primo ordine qui elencate:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda \cdot P_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial U}{\partial x_2} - \lambda \cdot P_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - P_1 \cdot x_1 - P_2 \cdot x_2 = 0$$

da cui si ottiene:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = \lambda \cdot P_1$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} = \lambda \cdot P_2$$

$$R = P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2$$

le condizioni di primo ordine implicano che la scelta ottima del consumatore avverrà quando il saggio marginale di sostituzione (*SMS*) sarà pari al rapporto fra i prezzi dei due beni, ovvero in corrispondenza del punto di tangenza fra la curva di indifferenza ed il vincolo di bilancio. Ricordando che il *SMS* può essere espresso anche come rapporto fra le utilità marginali dei due beni, nel calcolo delle funzioni di domanda per i due beni ci avvarremo di tale condizione,

unitamente all'equazione del vincolo di bilancio. In altre parole, sarà sufficiente risolvere il seguente sistema:

$$SMS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{P_1}{P_2} = -\frac{UM_1}{UM_2}$$

$$R = P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2.$$

D'ora in poi applicheremo tale regola per gli esercizi che seguono, senza più utilizzare la funzione Lagrangiana.

Nel caso specifico, con una generica funzione di utilità del tipo Cobb-Douglas, le funzioni di domanda si ottengono come segue:

$$\frac{UM_1}{UM_2} = \frac{\alpha \cdot x_1^{(\alpha-1)} \cdot x_2^\beta}{\beta \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^{(\beta-1)}} = \frac{P_1}{P_2}$$

che equivale a $\frac{\alpha \cdot x_2}{\beta \cdot x_1} = \frac{P_1}{P_2}.$

Si può ottenere ora la quantità del bene 2 in funzione di quella del bene 1 e dei parametri del sistema

$$x_2 = x_1 \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{P_1}{P_2}.$$

Sostituendo tale espressione nel vincolo di bilancio avremo che:

$$R = P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_1 \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{P_1}{P_2} = P_1 \cdot x_1 \cdot \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right) = P_1 \cdot x_1 \cdot \left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha}\right).$$

Risolvendo questa ultima equazione si otterrà la funzione di domanda del bene 1, per cui:

$$x_1^d = \frac{\alpha \cdot R}{(\alpha + \beta) \cdot P_1}$$

dalla quale si può ottenere un'analogia funzione di domanda per l'altro bene:

$$x_2^d = \frac{\beta \cdot R}{(\alpha + \beta) \cdot P_2}$$

b. Sostituendo i valori numerici dei parametri all'interno delle funzioni di domanda precedentemente ricavate, si ottiene facilmente il paniere ottimo:

$$\begin{cases} x_1^* = \frac{100}{5} \cdot \frac{0.4}{1} = 8 \\ x_2^* = \frac{100}{2} \cdot \frac{0.6}{1} = 30 \end{cases}$$

c. Se il prezzo del bene 1 diminuisce, passando da $P_1 = 5$ a $P_1' = 2,5$, il nuovo paniere ottimo è:

$$\begin{cases} x_1^P = \frac{100}{2.5} \cdot \frac{0.4}{1} = 16 \\ x_2^P = \frac{100}{2} \cdot \frac{0.6}{1} = 30 \end{cases}$$

L'effetto prezzo (EP) è la differenza tra la quantità del bene 1 domandata sotto il nuovo regime dei prezzi e la quantità domandata sotto il regime iniziale dei prezzi, cioè:

$$EP = x_1^P - x_1^* = 16 - 8 = 8.$$

Per scomporre l'effetto prezzo in effetto reddito ed effetto sostituzione, si deve calcolare il reddito compensato per depurare la variazione della quantità domandata dall'aumento del potere d'acquisto e isolare così l'effetto sostituzione. Per calcolare il reddito compensato (R') si devono applicare i nuovi prezzi al paniere ottimo iniziale:

$$R' = 2,5 \cdot 8 + 2 \cdot 30 = 80.$$

Il calcolo della domanda compensata del bene 1 rende possibile la misurazione dell'effetto sostituzione (ES) e per differenza quella dell'effetto reddito (ER). Infatti,

$$x_1^S = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \cdot \frac{R'}{P_1'} = \frac{80}{2,5} \cdot \frac{0,4}{1} = 12,8$$

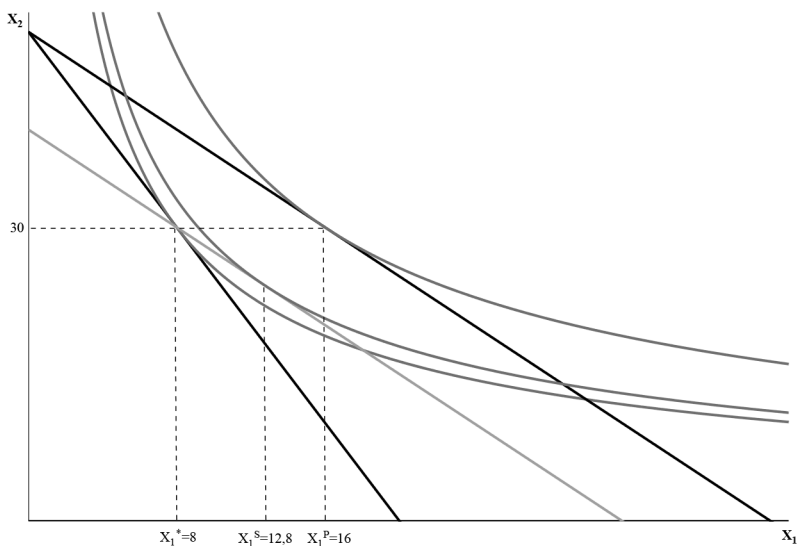
da cui si ricava che:

$$ES = x_1^S - x_1^* = 12,8 - 8 = 4,8$$

$$ER = EP - ES = 8 - 4,8 = 3,2$$

d. Il grafico che segue illustra i risultati dei punti precedenti.

Grafico 1.1



1.2 Le preferenze di un consumatore sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U = x_1^{1/2} + x_2^{1/2}$$

Supponete che il reddito del consumatore sia pari a 300 e che i prezzi dei due beni siano pari a 2 ($R = 300, P_1 = P_2 = 2$).

- a. Derivare le generiche funzioni di domanda per i due beni.
- b. Qual è il paniere ottimo?
- c. Se il prezzo del bene 1 diventa 1 ($P'_1 = 1$), quale è il nuovo paniere ottimo?
- d. Scomponete l'effetto prezzo in effetto reddito ed effetto sostituzione.
- e. Rappresentate graficamente i risultati.

Svolgimento

a. Per ottenere le generiche funzioni di domanda partiamo dall'uguaglianza fra il rapporto delle utilità marginali dei due beni al rapporto fra i prezzi, per cui:

$$\frac{x_1^{-1/2}}{x_2^{-1/2}} = \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{1/2} = \frac{P_1}{P_2}$$

da cui si ottiene che:

$$x_2 = x_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^2$$

Sostituendo questa ultima espressione nel vincolo di bilancio e riarrangiando i termini si otterrà la funzione di domanda del bene 1:

$$R = P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^2 = P_1 \cdot x_1 + P_1 \cdot x_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2} \right) = P_1 \cdot x_1 \cdot \left(\frac{P_1 + P_2}{P_2} \right)$$

$$x_1^d = \frac{P_2}{P_1 \cdot (P_1 + P_2)} \cdot R$$

dalla quale si ottiene facilmente la funzione di domanda del bene 2:

$$x_2^d = \frac{P_1}{P_2 \cdot (P_1 + P_2)} \cdot R$$

b. Per calcolare il paniere ottimo sarà sufficiente sostituire i dati del reddito e dei prezzi nelle due funzioni di domanda, per cui avremo che:

$$x_1^* = \frac{2}{2 \cdot (2 + 2)} \cdot 300 = 75 \quad x_2^* = \frac{2}{2 \cdot (2 + 2)} \cdot 300 = 75$$

c. Nel caso in cui il prezzo del bene 1 si riducesse ad 1, dalle funzioni di domanda si può ricalcolare il nuovo paniere ottimo utilizzando le due funzioni di domanda

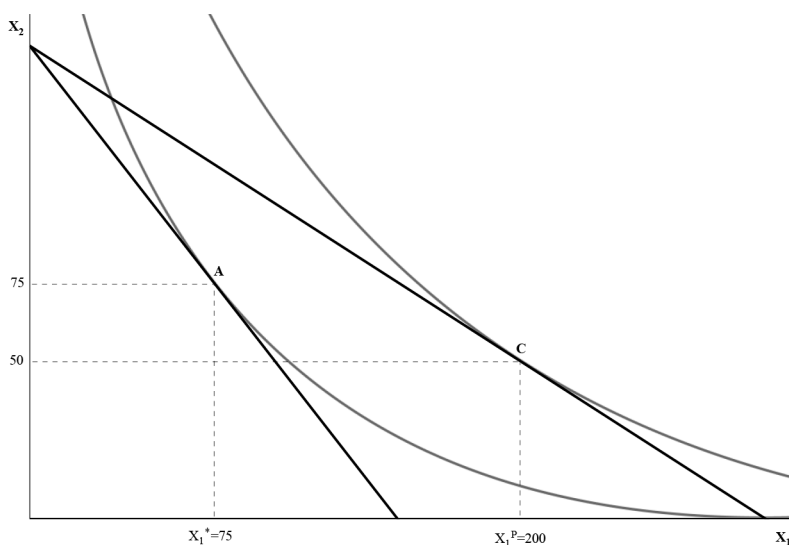
$$x_1^P = \frac{2}{1 \cdot (1 + 2)} \cdot 300 = 200 \quad x_2^P = \frac{1}{2 \cdot (1 + 2)} \cdot 300 = 50$$

La variazione delle quantità domandate è ascrivibile all'effetto prezzo (EP), pari alla differenza tra la quantità del bene 1 domandata sotto il nuovo regime dei prezzi e la quantità domandata sotto il regime iniziale dei prezzi, cioè:

$$EP = x_1^P - x_1^* = 200 - 75 = 125.$$

Nel grafico 1.2.1 l'effetto prezzo è descritto dal passaggio dal paniere A (75; 75) al paniere C (200; 50).

Grafico 1.2.1



d. Concentriamoci ora sulla variazione della domanda del bene 1, ossia la domanda del bene il cui prezzo è variato.

La diminuzione del prezzo da 2 a 1 ne fa aumentare la domanda di 125 unità, tale incremento è a sua volta scomponibile fra l'effetto di sostituzione e l'effetto di reddito.

Per misurare l'effetto di sostituzione dobbiamo calcolare quale sarebbe stata la domanda di x_1 con il nuovo prezzo relativo (P'_1/P_2), ma con lo stesso reddito reale iniziale, ovvero quel reddito nominale che consentirebbe di acquistare il paniere iniziale A(75; 75).

In altre parole, dobbiamo calcolare il reddito compensato, cioè quel reddito che soddisfa il paniere iniziale calcolato con i nuovi prezzi. In formule avremo:

$$R' = P'_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 = 1 \cdot 75 + 2 \cdot 75 = 225$$

225, pertanto, è il valore del reddito compensato.

Essendo diminuito il prezzo del bene 1 è chiaro che per lasciare inalterato il reddito reale, l'individuo dovrà subire una decurtazione del reddito nominale, che in questo caso è pari a -75, ciò coincide con la linea di bilancio in grigio nel grafico 1.2.2.

A questo punto siamo in grado di calcolare l'effetto di sostituzione utilizzando la domanda compensata del bene 1:

$$x_1^S = \frac{P_2}{P_1 \cdot (P_1' + P_2)} \cdot R' = \frac{2}{1 \cdot (1 + 2)} \cdot 225 = 150$$

questo risultato ci indica che con un reddito reale immutato, ma con prezzi relativi diversi, il consumatore può ottenere un livello di benessere maggiore cambiando la sua scelta iniziale.

In questo caso l'individuo sostituirebbe il bene che è diventato relativamente più caro (x_2), con il bene più a buon mercato (x_1).

In particolare, la domanda del bene 1 passa da 75 a 150, pertanto la variazione della domanda, causata dall'effetto di sostituzione risulta pari a 75

$$ES = x_1^S - x_1^* = 150 - 75 = 75.$$

Tuttavia, la variazione complessiva della domanda causata dall'effetto prezzo risulta pari a 125, quindi un ulteriore incremento della domanda del bene 1 è attribuibile all'effetto di reddito, che si può calcolare come differenza fra l'effetto di prezzo e l'effetto di sostituzione, in formule avremo che:

$$ER = EP - ES = 125 - 75 = 50$$

che equivale a:

$$ER = x_1^P - x_1^S = 200 - 150 = 50$$

In sintesi:

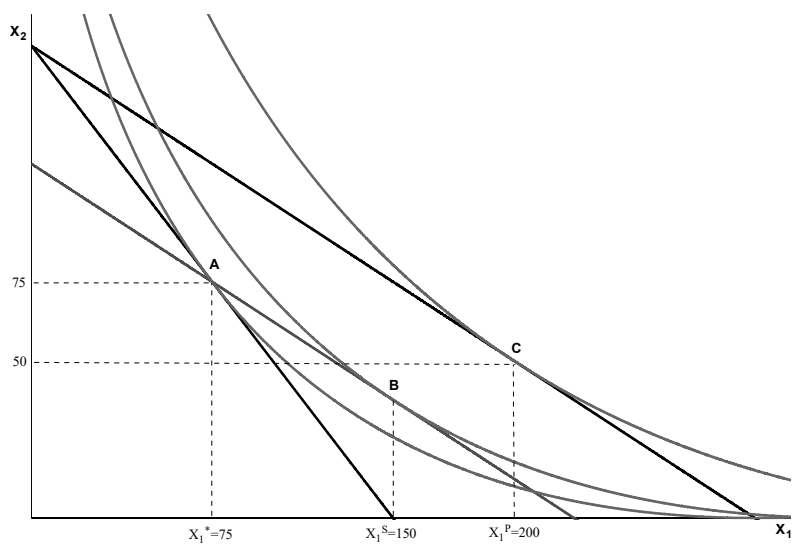
EP = passaggio dal paniere A al paniere C

ES = passaggio dal paniere A al paniere B

ER = passaggio dal paniere B al paniere C.

Nel grafico seguente vengono riassunti tutti i risultati ottenuti:

Grafico 1.2.2



Estratto

Estratto da un prodotto in vendita su **ShopWKI**, il negozio online di Wolters Kluwer Italia

Vai alla scheda →

Wolters Kluwer opera nel mercato dell'editoria professionale, del software, della formazione e dei servizi con i marchi: IPSOA, CEDAM, Altalex, UTET Giuridica, il fisco.



Wolters Kluwer